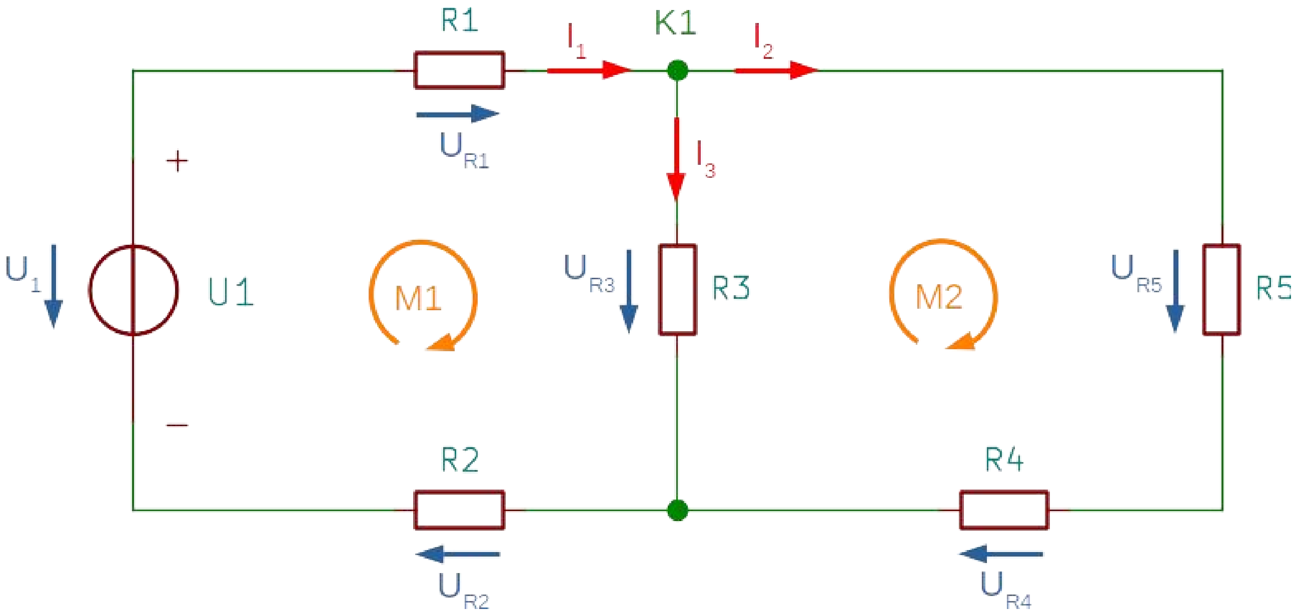
Arbeitsblatt Nr. Datum:

Name: Klasse: Fach:

Aufgabe 12: a, b



Knoten K1: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Masche M1: $U_{R1} + U_{R3} + U_{R2} - U1 = 0$

Masche M2: $U_{R5} + U_{R4} - U_{R3} = 0$

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

$U_{R1} = R_1 \cdot I_1$

$U_{R2} = R_2 \cdot I_1$

$U_{R3} = R_3 \cdot I_3$

$U_{R4} = R_4 \cdot I_2$

$U_{R5} = R_5 \cdot I_2$

Umformen der Gleichungen und Einsetzen von bekannten Größen:

Vorgabe: $U_{R5}=0{,}8\ \mathrm{V}$

$U_{R5}=1{,}2\ \Omega\cdot I_2 \quad\rightarrow\quad 0{,}8\ \mathrm{V}=1{,}2\ \Omega\cdot I_2 \quad\rightarrow\quad I_2=\frac{0{,}8\ \mathrm{V}}{1{,}2\ \Omega} \quad\rightarrow\quad \underline{I_2=0{,}6667\ \mathrm{A}}$

$U_{R4}=0{,}82\ \Omega\cdot I_2 \quad\rightarrow\quad U_{R4}=0{,}82\ \Omega\cdot 0{,}6667\ \mathrm{A} \quad\rightarrow\quad \underline{U_{R4}=0{,}5467\ \mathrm{V}}$

Knoten K1: $I_1-I_2-I_3=0$

$I_1-0{,}6667\ \mathrm{A}-I_3=0$

$I_1-I_3=0{,}6667\ \mathrm{A}$

Masche M1: $U_{R1}+U_{R3}+U_{R2}-U1=0$

$3{,}9\ \Omega\cdot I_1+1{,}2\ \Omega\cdot I_1+12\ \Omega\cdot I_3-U1=0$

$5{,}1\ \Omega\cdot I_1+12\ \Omega\cdot I_3-U1=0$

Masche M2: $U_{R5}+U_{R4}-U_{R3}=0$

$0{,}8\ \mathrm{V}+0{,}5467\ \mathrm{V}-12\ \Omega\cdot I_3=0$

$-12\ \Omega\cdot I_3=-1{,}3467\ \mathrm{V}$

Knoten K1: $I_1-I_3=0{,}6667\ \mathrm{A}$

Masche M1: $5{,}1\ \Omega\cdot I_1+12\ \Omega\cdot I_3-U1=0$

Masche M2: $-12\ \Omega\cdot I_3=-1{,}3467\ \mathrm{V}$

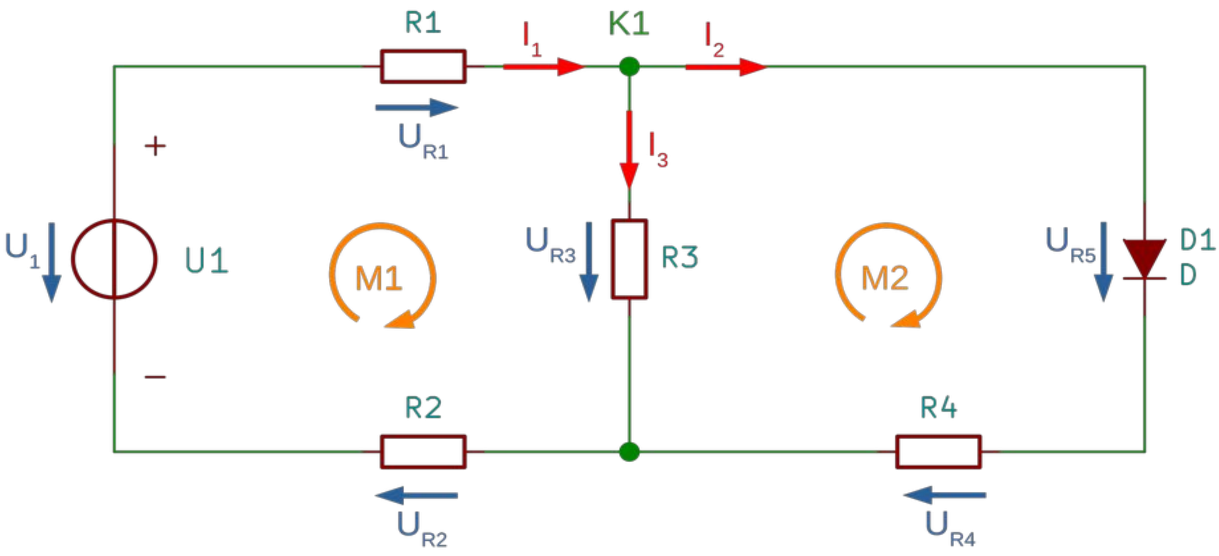
LGS in Matrixform:

Variablen: $(I_1\cdot\Omega\ ;\ I_3\cdot\Omega\ ;\ U1)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0{,}6667 \\ 5{,}1 & 12 & 1 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & -1{,}3467 \end{pmatrix} \quad \text{Gauss-Verfahren} \quad \underline{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0{,}7789 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}1122 \\ 0 & 0 & 1 & 5{,}3192 \end{pmatrix}}$$

$\underline{I_1=0{,}7789\ \mathrm{A}}\quad ;\quad \underline{I_3=0{,}1122\ \mathrm{A}}\quad ;\quad \underline{U1=5{,}3192\ \mathrm{V}}$

Aufgabe 12: d



Die Spannung von 0,8 V, die in der Aufgabe angegeben ist, entspricht der Flussspannung einer idealisierten Siliziumdiode.

Das bedeutet, dass bei einer Spannung von 0,8 V an der Diode noch kein Strom fließt, also noch keine Spannung über R4 abfällt.

Man kann also zwei Fälle unterscheiden:

Fall I: $U_{R5} \leq 0{,}8\ V$; $I_2 = 0$

Fall II: $U_{R5} > 0{,}8\ V$; $I_2 > 0$

Die Knoten und Maschengleichungen für das Netzwerk bleiben gleich.

Knoten K1: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Masche M1: $U_{R1} + U_{R3} + U_{R2} - U1 = 0$

Masche M2: $U_{R5} + U_{R4} - U_{R3} = 0$

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

$U_{R1} = R_1 \cdot I_1$

$U_{R2} = R_2 \cdot I_1$

$U_{R3} = R_3 \cdot I_3$

$U_{R4} = R_4 \cdot I_2$

Die Lösungsmatrix führt zu folgenden Gleichungen:

Arbeitsblatt Nr. Datum:

Name: Klasse: Fach:

Fall I: $U_{R5} \le 0{,}8\ \text{V} \quad ; \quad I_2 = 0$

Knoten K1: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

$I_1 - 0 - I_3 = 0$

$I_1 - I_3 = 0$

Masche M1: $U_{R1} + U_{R3} + U_{R2} - U1 = 0$

$3{,}9\ \Omega \cdot I_1 + 1{,}2\ \Omega \cdot I_1 + 12\ \Omega \cdot I_3 - U1 = 0$

$5{,}1\ \Omega \cdot I_1 + 12\ \Omega \cdot I_3 - U1 = 0$

Masche M2: $U_{R5} + U_{R4} - U_{R3} = 0$

$U_{R5} + 0 - 12\ \Omega \cdot I_3 = 0$

$-12\ \Omega \cdot I_3 + U_{R5} = 0$

Knoten K1: $I_1 - I_3 = 0$

Masche M1: $5{,}1\ \Omega \cdot I_1 + 12\ \Omega \cdot I_3 - U1 = 0$

Masche M2: $-12\ \Omega \cdot I_3 + U_{R5} = 0$

LGS in Matrixform:

Variablen: $(I_1 \cdot \Omega \ ; \ I_3 \cdot \Omega \ ; \ U1 \ ; \ U_{R5})$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 5{,}1 & 12 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Gauss-Verfahren} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -0{,}0833 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}0833 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1{,}425 & 0 \end{pmatrix}$$

Die Lösungsmatrix führt zu folgenden Gleichungen:

$1\,\Omega \cdot I_1 - 0{,}0833\,U_{R5} = 0 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{0{,}0833}{1\,\Omega} U_{R5}$

$1\,\Omega \cdot I_3 - 0{,}0833\,U_{R5} = 0 \quad \rightarrow \quad I_3 = \frac{0{,}0833}{1\,\Omega} U_{R5}$

$U1 - 1{,}425\,U_{R5} = 0 \quad \rightarrow \quad U1 = 1{,}425\,U_{R5}$

Mit der Voraussetzung $U_{R5} \le 0{,}8\ \text{V}$ ergibt sich:

$U1 \le 1{,}425 \cdot 0{,}8\ \text{V} \quad \rightarrow \quad U1 \le 1{,}14\ \text{V}$

$I_1 \le \frac{0{,}0833}{1\,\Omega} \cdot 0{,}8\ \text{V} \quad \rightarrow \quad I_1 \le 0{,}0666\,\text{A} \quad \rightarrow \quad I_1 \le 66{,}6\,\text{mA}$

Arbeitsblatt Nr. Datum:

Name: Klasse: Fach:

Fall II: $U_{R5}=0{,}8\ \mathrm{V}\quad;\quad I_2>0$

Knoten K1: $I_1-I_2-I_3=0$

Masche M1: $U_{R1}+U_{R3}+U_{R2}-U1=0$

$3{,}9\ \Omega\cdot I_1+1{,}2\ \Omega\cdot I_1+12\ \Omega\cdot I_3-U1=0$

$5{,}1\ \Omega\cdot I_1+12\ \Omega\cdot I_3-U1=0$

Masche M2: $U_{R5}+U_{R4}-U_{R3}=0$

$0{,}8\ \mathrm{V}+0{,}82\ \Omega\cdot I_2-12\ \Omega\cdot I_3=0$

$0{,}82\ \Omega\cdot I_2-12\ \Omega\cdot I_3=-0{,}8\ \mathrm{V}$

Knoten K1: $I_1-I_2-I_3=0$

Masche M1: $5{,}1\ \Omega\cdot I_1+12\ \Omega\cdot I_3-U1=0$

Masche M2: $0{,}82\ \Omega\cdot I_2-12\ \Omega\cdot I_3=-0{,}8\ \mathrm{V}$

LGS in Matrixform:

Variablen: $(I_1\cdot\Omega\ ;\ I_3\cdot\Omega\ ;\ U1\ ;\ I_2\cdot\Omega)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 5{,}1 & 12 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 0{,}82 & -0{,}8 \end{pmatrix} \quad \text{Gauss-Verfahren} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1{,}0683 & 0{,}0667 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}0683 & 0{,}0667 \\ 0 & 0 & 1 & -6{,}2685 & 1{,}14 \end{pmatrix}$$

Die Lösungsmatrix führt zu folgenden Gleichungen:

$U1-6{,}2685\,\Omega\cdot I_2=1{,}14\ \mathrm{V} \quad\rightarrow\quad U1=6{,}2685\,\Omega\cdot I_2+1{,}14\,\mathrm{V}$

$1\,\Omega\cdot I_3-0{,}0683\,\Omega\cdot I_2=0{,}0667\,\mathrm{V} \quad\rightarrow\quad I_3=0{,}0683\cdot I_2+0{,}0667\,\frac{\mathrm{V}}{\Omega}$

$I_3=0{,}0683\cdot I_2+0{,}0667\,\mathrm{A}$

$1\,\Omega\cdot I_3-0{,}0683\,\Omega\cdot I_2=0{,}0667\,\mathrm{V} \quad\rightarrow\quad I_1=1{,}0683\cdot I_2+0{,}0667\,\frac{\mathrm{V}}{\Omega}$

$I_1=1{,}0683\cdot I_2+0{,}0667\,\mathrm{A}$

Mit der Voraussetzung $I_2>0$ ergibt sich:

$U1>1{,}14\,\mathrm{V}$

$I_1>0{,}0667\,\mathrm{A} \quad\rightarrow\quad I_1>66{,}7\,\mathrm{mA}$